$\boxed{1}$ 解答例

問１ 紙面右向きを正とする。質点と板の加速度を a, 板が質点を押す力を N とすると, 質点と板の運動方程式はそれぞれ, $ma = N$, $Ma = kx - N$。これらより a を消去すると $N = \dfrac{mkx}{m+M}$。

問２ 力学的エネルギー保存則より $\dfrac{1}{2}kd^2 = \dfrac{1}{2}(M+m)v_0^2$ なので, $v_0 = d\sqrt{\dfrac{k}{M+m}}$

問３ ばねが最も伸びたときの自然長からの長さを D とすると, 力学的エネルギー保存則より $\dfrac{1}{2}Mv_0^2 = \dfrac{1}{2}kD^2$ なので, $D = d\sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$

問４ 単振動の周期の式より, $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$

問５ 曲面 AB 上の質点の位置を P とし, そのときの速さを v_{P} とすると, 力学的エネルギー保存則より, $\dfrac{1}{2}mv_{\mathrm{P}}^2 = \dfrac{1}{2}mv_0^2 - mgy$ 。問２の結果を用いて v_0 を代入すると,

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{P}}^2 = \frac{mkd^2}{2(M+m)} - mgy$$

問６ 角 ACP の大きさを θ, 垂直抗力の大きさを N' とすると, 斜面に垂直な方向の運動方程式は $m\dfrac{v_{\mathrm{P}}^2}{R} = N' - mg\cos\theta$。問５の結果と $y = R(1-\cos\theta)$ の関係から v_{P}^2 を代入すると,

$$N' = \frac{mkd^2}{R(M+m)} + mg\left(1 - \frac{3y}{R}\right)$$

問７ 質点が B より飛び出すためには,

$$\frac{mkd^2}{2(M+m)} > \frac{mgR}{2}$$

である必要がある。これより, $d > d_{\mathrm{c}}$ となる d_{c} は

$$d_{\mathrm{c}} = \sqrt{\frac{gR(M+m)}{k}}$$

問８ Bにおける質点の速さを $v_{\rm B}$ とすると，問５において $y=\dfrac{R}{2}$ として $v_{\rm B}^2=\dfrac{kd^2}{M+m}-gR$。$d=\sqrt{\dfrac{5gR(M+m)}{k}}$ を代入して $v_{\rm B}=2\sqrt{gR}$ を得る。Bにおける質点の鉛直方向，水平方向の速さは，それぞれ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}v_{\rm B}$，$\dfrac{v_{\rm B}}{2}$ なので，水平面に到達するまでの時間を t_0 とすると，

$$-\frac{1}{2}gt_0^2+\frac{\sqrt{3}}{2}v_{\rm B}t_0+\frac{R}{2}=0$$

したがって，

$$t_0=(\sqrt{3}+2)\sqrt{\frac{R}{g}}$$

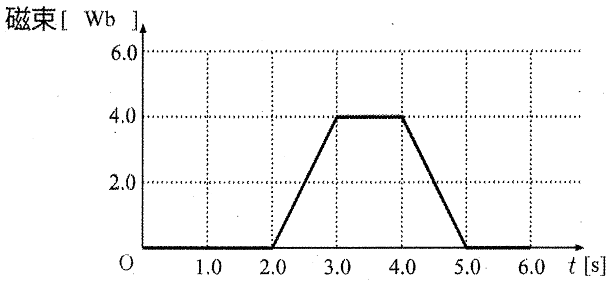
Bからの水平方向の距離は $t_0\times\dfrac{v_{\rm B}}{2}$ なので，Aからの距離はこれに $\dfrac{\sqrt{3}}{2}R$ を足して

$$(\sqrt{3}+2)\sqrt{\frac{R}{g}}\times\sqrt{gR}+\frac{\sqrt{3}}{2}R=\frac{3\sqrt{3}+4}{2}R$$

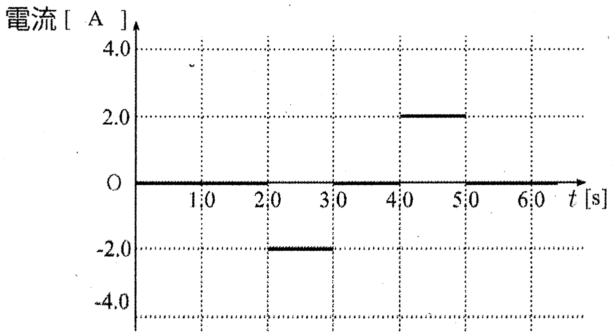
2 解答例

〔1〕

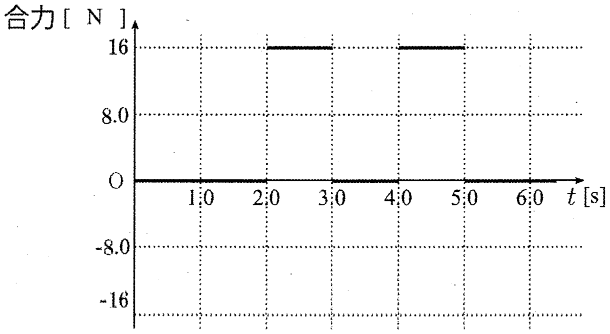
問1



問2



問3 合力の正の向き：<u>B→A</u>



問4 コイルに生じる誘導起電力を V，コイルに流れる電流を I，電流が流れている時間を Δt とする。外力のした仕事はコイルで消費されたジュール熱 $Q = VI \times \Delta t$ に等しい。V と I は v に比例，Δt は v に反比例するので，Q は v に比例する。したがって，v を 2.0 倍にすると外力のした仕事は 2.0 倍となる。

$\boxed{2}$ 解答例

〔2〕

問1　コイルにかかる電圧は0であるから

$$9E = 2RI_1 \text{ より } I_1 = \frac{9E}{2R}$$

問2　コイルに並列な抵抗Rに電流は流れないので，

$$2E = 4RI_\mathrm{A} \text{ より } I_\mathrm{A} = \frac{E}{2R}$$

問3　コイルを流れる電流 I_L は

$$I_\mathrm{L} = I_1 + I_\mathrm{A} = \frac{9E}{2R} + \frac{E}{2R} = \frac{5E}{R}$$

問4　コイルLの両端に生じる電位差 V と，抵抗Rの両端の電位差 V_R は等しいので，抵抗Rに流れる電流 I_R は $I_\mathrm{R} = \dfrac{4E}{5R}$ であるから $V = V_\mathrm{R} = RI_\mathrm{R} = \dfrac{4E}{5}$

問5　$V = \left| -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \right|$ であるから

$$L\left(\frac{\frac{6E}{R} - \frac{3E}{R}}{t_2 - t_1}\right) = \frac{4E}{5} \text{ より } t_2 - t_1 = \frac{15L}{4R}$$

3 解答例

〔1〕

問1　屈折の法則より，$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$

問2　図より $\sin\theta_2 = \dfrac{r}{\sqrt{d^2+r^2}}$

問3　ちょうど半径 R より外側で全反射が起こるときに光源が空気中から完全に見えなくなる。すなわち，$\sin 90^\circ = n\dfrac{R}{\sqrt{d_\mathrm{c}^2+R^2}}$ となるとき。これを解いて，$d_\mathrm{c} = R\sqrt{n^2-1}$

問4　ガラス内の光の経路と鉛直面とのなす角を θ'，空気中の光の経路と鉛直面とのなす角を θ_1 とすると，屈折の法則より $n\sin\theta_2 = n'\sin\theta' = \sin\theta_1$ が成り立つ。$n' > n$ より，半径 R の円盤の縁を通る光が全反射を起こすのはガラス板の上面で，$\sin 90^\circ = n\dfrac{R}{\sqrt{d_\mathrm{c}'^2+R^2}}$ を満たすとき。したがって，ガラスの厚さ h によらず $d_\mathrm{c}' = d_\mathrm{c} = R\sqrt{n^2-1}$ となる。

$\boxed{3}$ 解答例

〔２〕

問1 シリンダー内の気体の物質量をnとすると，状態方程式より，$n=\frac{p_0V_0}{RT_0}$

問2 等温変化のため，圧縮後の圧力をp_2とすると，ボイルの法則より

$$p_0V_0=p_2\frac{V_0}{8} \qquad \therefore p_2=8p_0$$

問3 断熱変化のため，膨張後の圧力をp_3，温度をT_3とすると，

$$p_3V_0^{\frac{5}{3}}=p_0\left(\frac{V_0}{8}\right)^{\frac{5}{3}}=\frac{p_0V_0^{\frac{5}{3}}}{32} \qquad \therefore p_3=\frac{p_0}{32}$$

また，ボイル・シャルルの法則より，

$$\frac{p_0V_0}{32T_3}=\frac{p_0V_0}{8T_0} \qquad \therefore T_3=\frac{T_0}{4}$$

問4 シリンダー内の気体の物質量をn_3とすると，状態方程式より，

$$n_3=\frac{p_0V_0}{8RT_0}$$

気体のした仕事Wは内部エネルギーの減少量に等しいので，問３の結果とn_3より，

$$W=\frac{3}{2}n_3R(T_0-T_3)=\frac{3}{2}n_3R(4T_3-T_3)=\frac{9}{2}n_3RT_3=\frac{9}{64}p_0V_0$$

問5 ヒーターで加えた熱量ΔQは内部エネルギーの増加分ΔUに等しいので，

$$\Delta Q=\Delta U=\frac{3}{2}n_3R(T-T_3)=\frac{3}{16}\frac{T}{T_0}p_0V_0-\frac{3}{64}p_0V_0=\frac{3}{16}p_0V_0\left(\frac{T}{T_0}-\frac{1}{4}\right)$$